

VYHODNOCOVÁNÍ FREKVENČNÍCH ODEZEV UZAVŘENÉHO REGULAČNÍHO OBVODU

Evaluation of Frequency Responses in a Closed Control Loop

Cyril Oswald, Stanislav Vrána, Bohumil Šulc

Abstrakt: Některé metody seřizování regulátorů jsou založeny na frekvenčních charakteristikách soustavy, které získáme buzením soustavy harmonickými signály o různých frekvencích. Parametry, které potřebujeme vyčíst z odezvy systému na budící signál, jsou fázový posun a poměr amplitud. v tomto článku je navržena metoda automatického vyhodnocování frekvenčních odezvy uzavřeného regulačního obvodu buzeného harmonickým signálem. Je založena na proložení naměřené odezvy modelovým signálem, který je založen na budícím signálu. K vyhodnocení kvality proložení se používá součet čtverců odchylek. K minimalizaci tohoto součtu je využita Levenberg-Marquardtova metoda.

Klíčová slova: frekvenční, odezva, vyhodnocování, regulační, obvod

1. Úvod

Na základě frekvenčních odezvy, to je odezvy na buzení harmonickými signály, lze získat důležité informace, které lze využít jako nástroj pro seřizování regulátorů. Vyhodnocování frekvenční odezvy soustavy na harmonický signál o určité frekvenci spočívá v odečtení fázového posunutí naměřené odezvy vůči budícímu signálu a poměru mezi amplitudou odezvy a budícího signálu. Pokud potřebujeme vyhodnocovat frekvenční odezvy uvedeným mechanismem automaticky, potýkáme se s několika problémy.

Zaprvé, naměřený signál představující frekvenční odezvu vždy při reálném měření obsahuje šum. To zapříčiňuje, že postup, při kterém bychom využívali měření extrémů a průchodů nulou naměřeného signálu, dává nepřesné výsledky. Další komplikací u tohoto postupu je potřeba zpracovávat signál o malé amplitudě. Dále odezva vždy na začátku obsahuje přechodový děj, jako reakci na připojení budícího signálu. K obdobné reakci dochází vždy při změně parametrů kdykoliv během měření. Naměřený signál také může obsahovat odezvu soustavy na poruchu.

K řešení automatického vyhodnocování frekvenční odezvy uzavřeného regulačního obvodu jsem se s ohledem na uvedené problémy rozhodl využít porovnávacího mechanismu založeného na metodě nejmenších čtverců.

2. Porovnávací vyhodnocování kmitů v uzavřeném regulačním obvodu

Porovnávací mechanismus vyhodnocování frekvenčních odezev soustavy využívá toho, že frekvence, kterou je soustava buzena se po průchodu nezmění. Pokud budeme předpokládat budící signál ve formě

$$f_b = A_b \sin(\omega t), \quad (1)$$

kde A_b je amplituda, ω je frekvence budícího signálu a t je čas, pak můžeme jako modelový signál, který budeme vyhledávat v naměřené odezvě použít

$$f_m = A_m \sin(\omega t + \varphi), \quad (2)$$

kde A_m je amplituda nalezené odezvy φ je fázový posun. Vhodnou změnou parametrů A_m a φ lze dosáhnout proložení křivky zobrazující průběh naměřené odezvy modelovým signálem tak, aby bylo dosaženo co nejmenší odchylky obou průběhů. K posouzení kvality proložení se využívá součtu čtverců odchylek.

3. Minimalizace součtu čtverců odchylek

K řešení nelineárního problému minimalizace čtverců odchylek existuje mnoho metod. Základem jedné skupiny efektivních metod je Gauss-Newtonova metoda [1]. Ta je založena na provádění prvních derivací parametrů vektorové funkce.

Gauss-Newtonova metoda je založena na lineární aproximaci parametrů modelové funkce $f_m(x)$ v blízkém okolí x . Jde o iterační metodu, kde v každém iteračním kroku hledáme řešení rovnice

$$(J^T J) \mathbf{h}_{gn} = J^T \mathbf{e}, \quad (3)$$

kde \mathbf{e} je vektor odchylek, v našem případě $e_{ij} = y_i - f(\omega, t, [A, \varphi]^T) = y_i - f(\omega, t, \mathbf{p})$, \mathbf{J} je Jakobiho matice prvních derivací parametrů vektorové funkce $f(\omega, t, \mathbf{p})$, a \mathbf{h}_{gn} je vektor hledaných přírůstků parametrů. Odhad pro příští iteraci je pak $\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k + \mathbf{h}_{gn}$.

Jednou z modifikací Gauss-Newtonovy metody je metoda Levenberg-Marquardtova [1]. Modifikuje Gauss-Newtonovu metodu tak, že nahrazuje její normálovou rovnici rovnicí

$$(J^T J + I\lambda) \mathbf{h}_{lm} = J^T \mathbf{e}, \quad (4)$$

kde \mathbf{I} je jednotková matice a λ je parametr, jehož velikost se upravuje v každé iteraci. Jestliže zmenšování součtu čtverců odchylek bylo v předchozí iteraci velké, v následující iteraci se parametr λ zmenší. To přibližuje Levenberg-Marquardtovu metodu blíže ke Gauss-Newtonově metodě. Jestliže je ale naopak zmenšování součtu čtverců odchylek malé, může se naopak parametr λ zvětšovat, což je dobré, pokud bod, ve kterém se nacházíme, je daleko od hledaného minima. Díky tomu tato metoda konverguje, i když se počáteční odhad nachází daleko od minima. Rovnice pro vektor přírůstků Levenberg-Marquardtovy metody se v každé iteraci vypočte

$$\mathbf{h}_{lm} = (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{e}, \quad (5)$$

a parametry modelové funkce v dalším iteračním kroku budou $\mathbf{p}_{k+1} = \mathbf{p}_k + \mathbf{h}_{lm}$.

4. Testování navrženého porovnávacího algoritmu

Navržený algoritmus byl simulačně testován na nelineárním matematickém modelu soustavy tří nádrží. Nelineární model soustavy tří nádrží [2] byl uvažován ve tvaru

$$\frac{d}{dt} h_1(t) = \frac{1}{A} q_1 - \frac{0,0093\sqrt{h_1(t) - h_2(t)}}{A}, \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt} h_2(t) = \frac{0,0093\sqrt{h_1(t) - h_2(t)}}{A} + \frac{0,0085\sqrt{h_3(t) - h_2(t)}}{A} - \frac{0,0187\sqrt{h_2(t)}}{A}, \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} h_3(t) = \frac{1}{A} q_3 - \frac{0,0085\sqrt{h_3(t) - h_2(t)}}{A}, \quad (7)$$

kde A je průměr nádrže v dm^2 a q_x jsou přítoky do nádrží.

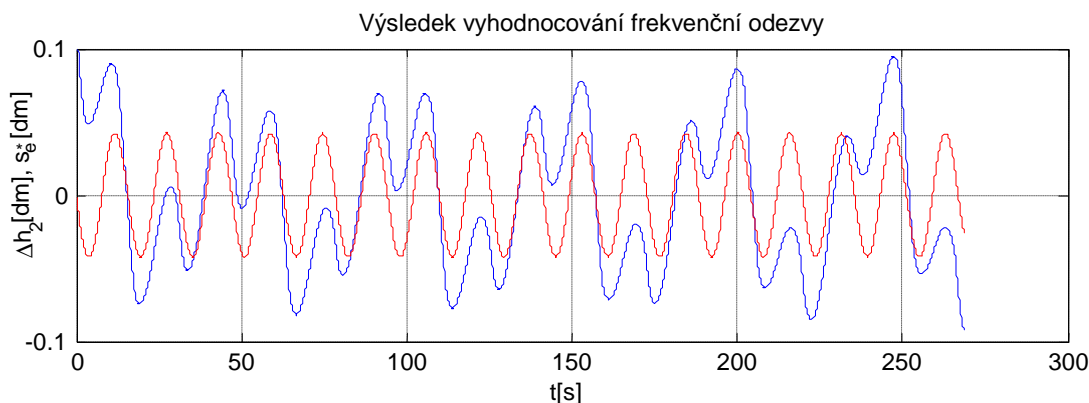
Ačkoliv použítá Levenberg-Marquardtova metoda umožňuje vyhledávat oba potřebné parametry najednou, ukázalo se jako spolehlivější vyhledávat oba parametry zvlášť. Vzhledem k tomu, že změna amplitudy již neovlivní nalezenou fázi, je třeba nejprve nalézt minimum součtu čtverců odchylek pro fázové posunutí a následně dohledat amplitudu naměřené frekvenční odezvy.

Na obrázku 1 je vykreslen průběhy odezvy získané z matematického modelu a výsledek proložení křivky modelového signálu založeného na parametrech budícího signálu. Parametry budícího signálu, poruchy a nalezené parametry frekvenční odezvy soustavy jsou v tabulce 1. V prvním případě, byla soustava buzena přičítáním budícího signálu k regulační odchylce a porucha byla konstantní. V ostatních uvedených případech měla porucha harmonický průběh. Na výsledcích uvedených v tabulce 1 je vidět, že vzhledem k tomu, že byla soustava buzena vždy stejným budícím signálem, jsou nalezené parametry odezvy dostatečně stejné.

Z výsledků testů s poruchou ve formě harmonického signálu (obrázek 1) lze vyvodit, že pokud bychom budili soustavu s více řízenými vstupy najednou více budícími signály, které by měli vhodně zvolené frekvence, byli bychom schopni najednou vyhodnotit odezvy na tyto signály z jednoho měření.

Tabulka 1: Výsledky vyhodnocování frekvenční odezvy

	Budící signál s_e		Porucha q_3		Nalezené parametry odezvy	
	Amplituda [dm]	Frekvence [rad s^{-1}]	Amplituda [$\text{dm}^3 \text{s}^{-1}$]	Frekvence [rad s^{-1}]	Poměr amplitud [-]	Fázový posun [rad]
1.	1	0,4	0	0	0,042	3,08
2.	1	0,4	0,05	0,2	0,043	3,09
3.	1	0,4	0,01	0,8	0,042	3,08



Obrázek 1: Výsledek prokládání naměřené odezvy modelovým signálem, případ 3 z tabulky 1

5. Závěr

Uvedená metoda je použitelná pro vyhodnocení frekvenční odezvy uzavřeného regulačního obvodu buzeného harmonickým signálem. Ze simulačních testů vyplývá, že při dostatečně dlouhém měření odezvy nemá počáteční přechodový děj zásadní vliv na výsledek. Také se ukázalo, že je možné tímto způsobem vyhodnocovat zároveň více odezev na více budících signálu u soustav s více řízenými vstupy.

Tato práce byla podpořena grantem Studentské grantové soutěže ČVUT č. SGS10/252/OHK2/3T/12.

Literatura:

- [1] MADSEN, K., NIELSEN, H.B., TINGLEFF, O. 2004. Methods For Non-Linear Least Squares Problems. Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark. Dostupné 1. 5. 2010 na http://www2.imm.dtu.dk/pubdb/views/edoc_download.php/3215/pdf/imm3215.pdf
- [2] VRÁNA, S., ČIHÁK, J., ŠULC, B. 2009. Three Tank Cascade Improvements for Model-free Autotuning Testing. *Transactions of the VŠB - Technical University of Ostrava. Mechanical Series*, vol. LV, no. 2. Ostrava : VŠB - Technická Univerzita Ostrava, 2009, str. 169-174 ISBN 978-80-248-2144-3.
- [3] ÅSTRÖM, K. J., HÄGGLUND, T. 2005. *Advanced PID control*, ISA-The Instrumentation, System, and Automation Society, Research Triangle Park, NC 27709, 2005. ISBN 978-1-55617-942-6.