

TREND KVADRATICKÉHO ADAPTIVNÍHO MODELU PRO AUTOMATICKÉ ŘÍZENÍ

Trend of Quadratic Adaptive Model for Automatic Control

Ivo Bukovský

Abstrakt: Článek vyzdvihuje zajímavé a přitom známé konvexní vlastnosti kvadratického polynomu, jako důležitého mezičlánku mezi lineárními modely a silně nelineárními modely jako jsou neuronové sítě. Charakter jediného řešení a přitom silné nelineární aproximační schopnosti jsou vhodné pro aplikace v automatickém řízení.

Key words: Kvadratický polynom, kvadratické neuronová jednotka, konvexní chybové kritérium, globální řešení, adaptivní modelování, adaptivní řízení.

1. Úvod

V průmyslových realizacích je kladen důraz na spolehlivost navržených modelovacích a řídicích algoritmů a průhlednost (řešitelnost) těchto algoritmů je stále rozhodujícím faktorem při volbě řešení a realizace. Lineární modely a regulátory (analyticky odvozované či numericky optimalizované) jsou proto stále běžnou formou řešení a implementace. Existence jediného řešení je obrovskou výhodou lineárních systémů a umožňuje dobře analyticky řešit úlohy či dobře optimalizovat lineární modely, které potom mohou jednoznačně konvergovat ke globálnímu minimu.

Nelineární modely a algoritmy nelineárních regulátorů jsou dnes díky počítačové podpoře středem zájmu odborných publikací. I když jsou nelineární metody modelování a řízení v odborné literatuře velmi četné, nelze si nepovšimnout často spíše teoretického charakteru řady takovýchto prací (řízená soustava je model, výsledky matematického odvození jsou ověřeny jen simulačně, a podobně). Nevyzpytatelnost silně nelineárních systémů (existence lokálních minim (řešení), citlivost na správnost odhadu nelineárního modelu, nastavení parametrů, a pod.) a relativně velká matematická náročnost odborných článků v kvalitních publikacích dnes zabraňují inženýrům běžně implementovat nejnovější postupy.

Nelineární algoritmy s dnes již neodmyslitelnou počítačovou podporou patří do oblasti, která se dnes často označuje termínem „computational intelligence“ (CI). Do této oblasti spadají také umělé neuronové sítě, fuzzy logika, genetické algoritmy a řada dalších (kvadratické programování, swarm intelligence, imune-based systems...). Nové metody automatického řízení by měly být významným ale i rozumným aplikačním vyústěním nově vyvíjených algoritmů CI.

Kvadratický polynom je dávno znám například z Taylorova rozvoje druhého řádu v aproximacích nelineárních systémů. V tomto článku je ukázáno, že kvadratický polynom má konvexní vlastnosti kombinující výhody jediného řešení lineárních systémů a zdatnost v aproximaci nelineárních systémů. Článek upozorňuje na skutečnost, že kvadratický polynom zasluhuje pozornost jako důležitý mezičlánek mezi omezenými lineárními systémy a prakticky nepřiliš vhodnými nelineárními systémy a při tom jeho struktura i implementační náročnost je nižší v porovnání s např. neuronovými sítěmi.

2. Kvadratický polynom v oboru umělých neuronových sítí

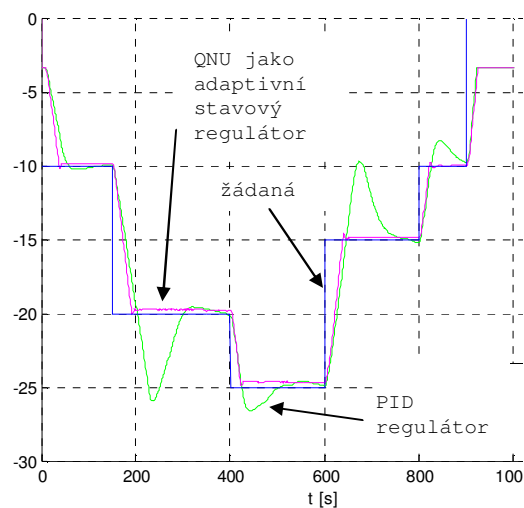
Z hlediska odborné literatury zapadá kvadratický polynom v oboru neuronových sítí do dvou podobných směrů, a to jak do polynomiálních neuronových sítí (PNN-Polynomial Neural Networks) tak i do neuronových sítí s nelinearitami vyšších řádů (HONN – Higher Order Nonlinear Neural Networks) např. [1]–[11].

V roce 2003 se autor článku připojil ke skupině (Gupta et al.) zabývající se implementací kvadratického a kubického polynomu jako samostatných neuronových jednotek (neuronů) [12]–[14]. Následný vývoj, terminologie a nová klasifikace nekonvenčních neuronových jednotek včetně kvadratické neuronové jednotky (QNU-Quadratic Neural Unit) jsou zaznamenány v publikacích [15]–[22].

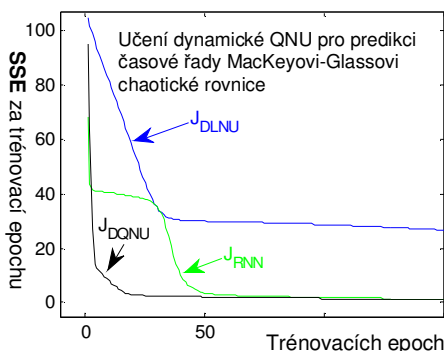
Z pohledu PNN lze QNU chápat jako speciální případ polynomiální neuronové sítě, zatímco z pohledu HONN lze na QNU nahlížet jako na samostatný stavební prvek sítě sestávající se z dílčích QNU jejichž synaptické vazby (agregace vstupů a zpětných vazeb) jsou kvadratické polynomy. Tab.1 v příloze shrnuje základní formy QNU a základní algoritmy učení. Shrnutí našich nejdůležitějších výsledků je publikováno v pracích [23]–[27];

3. Konvexní charakter QNU

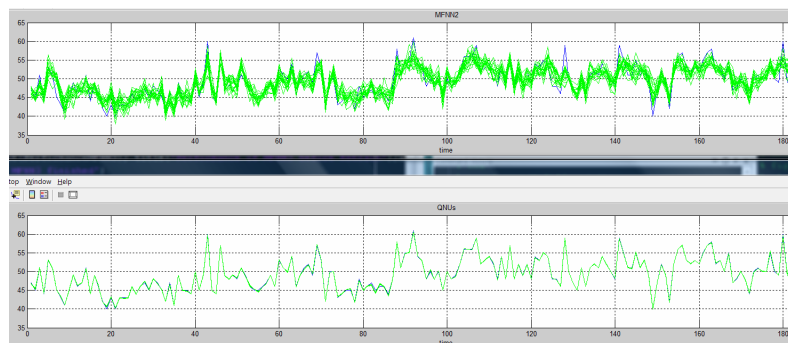
Pro ilustraci jsou uvedeny následující výsledky aplikací QNU.



Obr. 2: QNU jako adaptivní stavový regulátor dokáže výborně řídit systém batyskař v celém rozsahu žádané veličiny i při relativně velké nepřesnosti modelu soustavy, kterým je opět QNU (dipl. práce L. Smetana [24]).

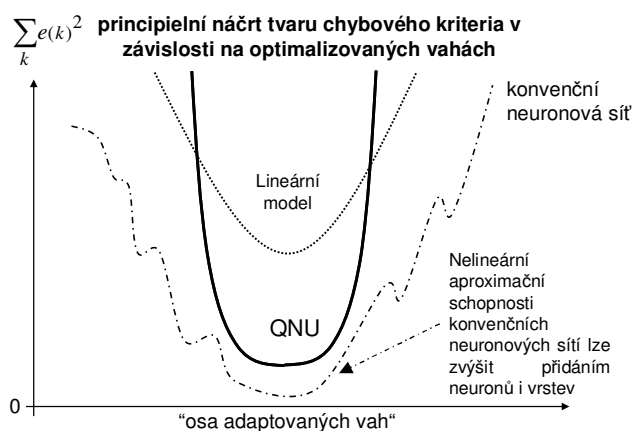


Obr. 3: Dynamická QNU při učení konverguje do blízkosti svého globálního minima a přesněji než lineární adaptivní prediktor DLNU.



Obr. 3: Trénování predikce doby výdechů pacienta: Sítě MLP (nahore) se z různých počátečních podmínek natrénují nejednotně, zatímco statická QNU (dole) se natrénovala z různých počátečních vždy se stejným průběhem výstupů v čase a během mnohem menšího počtu epoch a velmi přesně.

Výsledky našich aplikací a experimentálních analýz statických a dynamických QNU [23]–[27] potvrzují následující zřejmý charakter chybového kritéria při optimalizaci kvadratického neuronu (statického i dynamického).



Obr. 4: Chybové kritérium pro optimalizaci kvadratického modelu má konvexní charakter (bez většího počtu lokálních minim) s plochým dnem, tj. QNU se rychle optimalizuje do blízkosti glob. minima.

4. Shrnutí

Článek úvodem prezentuje zařazení kvadratické neuronové jednotky v dnešním oboru umělých neuronových sítí a v odborné literatuře. Dále článek stručně demonstuje vhodné aplikační vlastnosti QNU související s konvexním charakterem kvadratického polynomu, tj. dobré nelineární aproximační vlastnosti a při tom spolehlivou konvergenci do blízkosti globálního minima a to při použití dnes již obvyklých optimalizačních metod (Tab. 1), které dokážou zvládnout i studenti třetího ročníku bakalářského studia.

Poděkování

Tento článek byl podpořen grantem SGS ČVUT č. SGS10/252/OHK2/3T/12.

Odkazy

- [1] A. G. Ivakhnenko, "Polynomial Theory of Complex Systems," *IEEE Tran. on Systems. Man, and Cybernetics*. Vol. SMC-1 (4). pp. 364-378, 1971.
- [2] Y. Shin and J. Ghosh, "The Pi-sigma Network: An Efficient Higher-order Neural Network for Pattern Classification and Function Approximation," *Proc. Int. Joint Conf. on Neural Networks* (pp. 13-18) , 1991.
- [3] R. W. Softky and D. M. Kammen, "Correlations in high dimensional or asymmetrical data sets: Hebbian neuronal processing," *Neural Networks*, 4, pp. 337-347, 1991.
- [4] J. G. Taylor and S. Commbes, "Learning higher order correlations," *Neural Networks*, 6, pp. 423-428, 1993.
- [5] M. S. Chen and M. T. Manry, "Conventional modeling of the multilayer perceptron using polynomial basis functions," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 4, pp. 164–166, Jan. 1993.
- [6] W. Schmidt, and J. Davis, "Pattern recognition properties of various feature spaces for higher order neural networks," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15, pp. 795-801, 1993.
- [7] E. Kosmatopoulos, M. Polycarpou, M. Christodoulou, and P. Ioannou, "High-Order Neural Network Structures for Identification of Dynamical Systems," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 6, no. 2, pp. 422-431, March 1995.
- [8] N. Y. Nikolaev and H. Iba, "Learning Polynomial Feedforward Neural Network by Genetic Programming and Backpropagation": *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 14, no. 2, pp.337-350, March, 2003.
- [9] N. Y. Nikolaev and H. Iba, *Adaptive Learning of Polynomial Networks: Genetic Programming, Backpropagation and Bayesian Methods*, Series: Genetic and Evolutionary Computation Springer, New York, XIV, 316 p. , ISBN: 0-387-31239-0, 2006.
- [10] *Artificial Higher Order Neural Networks for Economics and Business*, ed. by Ming Zhang, Christopher Newport University, USA, IGI-Global, ISBN13: 9781615207114 EISBN13: 9781615207121, 2010
- [11] *Artificial Higher Order Neural Networks for Computer Science and Engineering: Trends for Emerging Applications*, ed. by Ming Zhang, Christopher Newport University, USA, Information Science Reference, ISBN: 978-1-59904-897-0, 2010.
- [12] Redlapalli, S., Song. K. -Y., and Gupta, M., M.: "Development of Quadratic Neural Unit With Applications to Pattern Classification", *The Fourth International Symposium on Uncertainty Modeling and Analysis ISUMA 2003*, IEEE Computer Society, Maryland USA, ISBN 0-7695-1997-0, 2003, pp.141-146.

- [13] Song, K. -Y., Redlapalli, S. and Gupta, M., M.: "Cubic Neural Units for Control Applications", *The Fourth International Symposium on Uncertainty Modeling and Analysis ISUMA 2003*, IEEE Computer Society, Maryland USA, ISBN 0-7695-1997-0, 2003, pp.324-329.
- [14] Bukovsky I., S. Redlapalli and M. M. Gupta : Quadratic and Cubic Neural Units for Identification and Fast State Feedback Control of Unknown Non-Linear Dynamic Systems, *Fourth International Symposium on Uncertainty Modeling and Analysis ISUMA 2003*, IEEE Computer Society, 2003, Maryland USA, ISBN 0-7695-1997-0, p.p.330-334
- [15] Bukovsky I., Bila J. : Development of Higher Order Nonlinear Neural Units for Evaluation of Complex Static and Dynamic Systems, *Proceedings of Workshop 2004, Part A*, March 2004, Vol.8, Special Issue, Czech Technical University, Czech Republic, Prague, pp. 372-373, ISBN 80-01-02945-X
- [16] Bukovský, I. – Bíla, J.: Nelineární dynamické neuronové jednotky pro paralelní manipulátor TRIPOD. In: *Sborník ze semináře VZ MSM 212200008* [CD-ROM]. Praha: ČVUT, Fakulta strojní, 2004, díl 1, s. 66–68. ISBN 80-01-03105-5.
- [17] Bukovsky, I.: Extended Dynamic Neural Architectures HONNU with Minimum Number of Neural Parameters for Evaluation of Nonlinear Dynamic Systems (in Czech), In: *New Methods and Approaches in the Fields of Control Technology, Automatic Control, and Informatics*, Czech Technical University, Prague, 2005, s. 93-97. ISBN 80-01-03240-X.
- [18] Bukovsky, I., Bila, J.: „Basic Classification of Nonconventional Artificial Neural Units”(In Czech), *Proceedings of Seminar Nove Hrady*, Czech Technical University in Prague, FME, ISBN: 978-80-01-03747-8, Czech Republic, 2007, pp. 76-80.
- [19] Bukovsky, I. : *Modeling of Complex Dynamic Systems by Nonconventional Artificial Neural Architectures and Adaptive Approach to Evaluation of Chaotic Time Series*, Ph.D. THESIS, Faculty of Mechanical Engineering, Czech Technical University in Prague (defended September 7, 2007).
- [20] Bukovsky, I., Hou, Z-G., Gupta, M., M., Bila, J.: "Foundation of Notation and Classification of Nonconventional Static and Dynamic Neural Units", accepted paper for special section on neural networks for *ICCI 2007, The 6th IEEE International Conference on Cognitive Informatics*, California , USA, 2007, ISBN: 978-1-4244-1328-7.
- [21] Bukovsky, I., Hou, Z-G., Bila, J., Gupta, M., M.: „Foundation of Nonconventional Neural Units and their Classification“, *International Journal of Cognitive Informatics and Natural Intelligence (IJCiNi)*, 2(4), October-December 2008, IGI Publishing, Hershey PA, USA, pp.29-43, ISSN 1557-3958.
- [22] Bukovsky, I., Bila, J.: "Foundation and Classification of Nonconventional Neural Units and Paradigm of Nonsynaptic Neural Interaction" in *Discoveries and Breakthroughs in Cognitive Informatics and Natural Intelligence* within the series of the Advances in Cognitive Informatics and Natural Intelligence (ACINI), ed. Y. Wang, Information Science Reference, Hershey PA, USA, 2010. ISBN: 978-1-60566-902-1, p.508-523
- [23] Bila, J., Bukovsky, I., Jura. J.: "Review of Development of Nonconventional Neural Architectures at the Czech Technical University in Prague“, *10th WSEAS Int. Conf. on Neural Networks (NN'09)*, pp.138-146, Prague, Czech Republic, 2009. ISSN: 1790-5109, ISBN: 978-960-474-065-9 (best conference paper).
- [24] Ladislav Smetana: *Nelineární neuro-regulátor pro úlohy automatického řízení*, Diplomová práce, ČVUT FS, 2008.
- [25] Ivo Bukovsky, Martin Lepold and Jiri Bila: „Quadratic Neural Unit and its Network in Validation of Process Data of Steam Turbine Loop and Energetic Boiler“, *2010 IEEE WCCI International Joint Conference on Neural Networks*, Barcelona, (accepted paper).

- [26] Ivo Bukovsky, Kei Ichiji, Noriyasu Homma, Makoto Yoshizawa and Rodriguez Ricardo: "Testing Potentials of Dynamic Quadratic Neural Unit for Prediction of Lung Motion during Respiration for Tracking Radiation Therapy" , 2010 IEEE WCCI International Joint Conference on Neural Networks, Barcelona, (accepted paper).
- [27] Ivo Bukovsky, Noriyasu Homma, Ladislav Smetana, Ricardo Rodriguez, Martina Mironovova, Stanislav Vrana: „Quadratic Neural Unit is a Good Compromise between Linear Models and Neural Networks for Industrial Applications“, ICCI 2010 The 9th IEEE International Conference on Cognitive Informatics, July 7-9, 2010, Beijing, China, (accepted paper).

Příloha

Tab. 1: Základní formy QNU a algoritmy učení.

| QNU | Matematická struktura | Algoritmus učení |
|--|---|---|
| Statická QNU | $y_n \dots$ výstup neuronu $x_1, x_2, \dots, x_n \dots$ vnější vstupy $W \dots$ horní trojúhelníková váhová matice $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{00} & w_{01} & \dots & w_{0n} \\ 0 & w_{11} & \dots & w_{1n} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & w_{nn} \end{bmatrix}$ $y_n = \sum_{i=0}^n \sum_{j=i}^n x_i x_j w_{ij} = \mathbf{x}^T \mathbf{W} \mathbf{x}$ | <u>Levenberg-Marquardt (globální optimalizace)</u> $N \dots$ počet vzorků (délka dat) $\Delta w_{ij} = -(\mathbf{j}_{ij}^T \cdot \mathbf{j}_{ij} + \frac{1}{\mu})^{-1} \cdot \mathbf{j}_{ij}^T \cdot \mathbf{e} \quad \mathbf{j}_{ij} = \frac{\partial \mathbf{y}_n}{\partial w_{ij}} = \begin{bmatrix} x_i(1) x_j(1) \\ x_i(2) x_j(2) \\ \vdots \\ x_i(N) x_j(N) \end{bmatrix}$ $\mathbf{e} = [e(1) \ e(2) \ \dots \ e(N)]^T$ |
| | | <u>Gradient Descent (lokální optimalizace)</u> $k \dots$ číslo vzorku $w_{ij}(k+1) = w_{ij}(k) + \Delta w_{ij}(k)$ $\Delta w_{ij}(k) = -\frac{1}{2} \mu e(k)^2 = \mu e(k) x_i(k) x_j(k)$ |
| Diskrétní dynamická QNU | $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ y_n(k+n_s-1) \\ y_n(k+n_s-2) \\ \vdots \\ y_n(k+1) \\ x_1(k) \\ \vdots \\ x_m(k) \end{bmatrix}$ $y_n(k+n_s) = \mathbf{x}^T \mathbf{W} \mathbf{x}$ $y_r \dots$ reálná hodnota typicky pro predikci: $x_1(k) = y_r(k)$ $x_m(k) = y_r(k-m+1)$ | <u>RTRL (lokální optimalizace)</u> $\Delta w_{ij}(k) = \mu e(k) \frac{\partial y_n(k+n_s)}{\partial w_{ij}}$ $\frac{\partial y_n(k+n_s)}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial (\mathbf{x}^T \mathbf{W} \mathbf{x})}{\partial w_{ij}} = \mathbf{j}_{ij}^T \mathbf{W} \mathbf{x} + x_i x_j + \mathbf{x}^T \mathbf{W} \mathbf{j}_{ij}$ $\mathbf{j}_{ij} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial w_{ij}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial y_n(k+n_s-1)}{\partial w_{ij}} & \frac{\partial y_n(k+n_s-2)}{\partial w_{ij}} & \dots & \frac{\partial y_n(k+1)}{\partial w_{ij}} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T$ |
| Spojité dynamická QNU (příklad dynamiky 2-ho řádu) | $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ y_n(t) \\ y_n'(t) \\ x_1(t) \\ \vdots \\ x_m(t) \end{bmatrix}, \quad y_n''(t) = \mathbf{x}^T \mathbf{W} \mathbf{x}$ | <u>RTRL (lokální optimalizace)</u> $\Delta w_{ij}(k) = \mu e(t) \frac{\partial y_n(t)}{\partial w_{ij}}$ $\frac{\partial y_n(t)}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial}{\partial w_{ij}} \iint (\mathbf{x}^T \mathbf{W} \mathbf{x}) dt^2 = \iint (\mathbf{j}_{ij}^T \mathbf{W} \mathbf{x} + x_i x_j + \mathbf{x}^T \mathbf{W} \mathbf{j}_{ij}) dt^2$ $\mathbf{j}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial y_n(t)}{\partial w_{ij}} & \frac{\partial y_n'(t)}{\partial w_{ij}} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T, \quad \frac{\partial y_n''(t)}{\partial w_{ij}} = \mathbf{j}_{ij}^T \mathbf{W} \mathbf{x} + x_i x_j + \mathbf{x}^T \mathbf{W} \mathbf{j}_{ij}$ |