

GRADIENTNÍ OPTICKÉ PRVKY

Gradient Index Optical Components

Pavel Kajnar

Abstract: Gradient index optical components are the possibility how to achieve requested optical assemblies optical properties by the help of smaller number of components or without need of use aspheric optics. This part of optics is known more than 100 years but nowadays by the help of modern technologies it's possible to get desired optical components properties.

Key words: Gradient Index, Optics, Radial Gradient, Axial Gradient, GRIN, AGRIN

1. Úvod

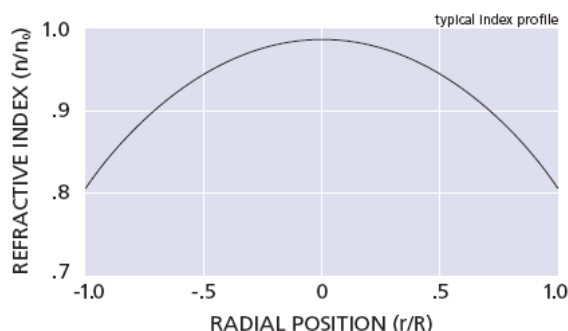
Ve většině případů dnes běžně používaných optických elementů jsou tyto vyrobeny z optického skla, jež můžeme považovat za izotropní a homogenní prostředí. Paprsky, šířící se tímto prostředím mají tvar přímky. Jestliže však světelný paprsek prochází prostředím, ve kterém hodnota indexu lomu závisí na souřadnicích $n = n(x, y, z)$, vykazuje dráha paprsku tvar obecné křivky. Tento typ čoček nazýváme gradientními, často označovány jako prvky GRIN (GRadient INdex). Pod tímto označením je myšleno rotační symetrické rozložení indexu lomu kolem optické osy. Čočky, u nichž je index lomu proměnný v závislosti na poloze ve směru osy z , jsou označovány zkratkou AGRIN (Axial GRadient INdex).

2. Gradientní optika radiální (GRIN)

V současné době nejvíce používané rozložení indexu lomu je rozložení radiální, mající průběh hodnoty indexu lomu v závislosti na vzdálenosti r od osy z , který podle [1] můžeme vyjádřit pomocí řady

$$n(r) = n_0 \cdot \left(1 - \frac{A \cdot r^2}{2} + h_4 \cdot r^4 + h_6 \cdot r^6 + \dots \right) \quad (2.1)$$

kde $n(r)$ je index lomu v příslušné vzdálenosti od osy z , n_0 index lomu na optické ose a A, h_i jsou konstanty.



Obr. 1 – Průběh indexu lomu v závislosti na poloze od optické osy, typický pro materiály SELFOC®

Podle [5] se můžeme omezit pouze na první dva členy rozvoje a vztah (2.2) tak zjednodušit do tvaru

$$n(r) = n_0 \cdot \left(1 - \frac{A \cdot r^2}{2} \right) \quad (2.2)$$

Podle [2] můžeme závislost hodnoty indexu lomu na vzdálenosti od optické osy vyjádřit také pomocí vztahu

$$n(r) = n_0 \cdot \sec h(\sqrt{A} \cdot r) \quad (2.3)$$

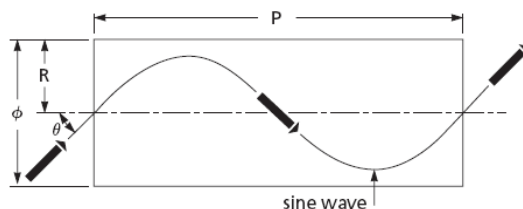
kde \sqrt{A} vyjadřuje tzv. gradientní konstantu, charakterizující strmost změny indexu lomu s měnící se vzdáleností od optické osy. Světelný paprsek se uvnitř radiální gradientní čočky pohybuje po sinusoidě, jejíž perioda je dána právě gradientní konstantou. Velikost periody potom nezávisí na úhlu, pod kterým světelný paprsek do čočky vstupuje a podle [5] ji můžeme určit ze vztahu

$$P = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{A}} \quad (2.4)$$

Dalším důležitým parametrem je mezní úhel, pod kterým může světelný paprsek do čočky vstupovat. Podle [5] pro něj platí

$$\theta = \arcsin(n_0 \cdot R \cdot \sqrt{A}) \quad (2.5)$$

kde R je poloměr čočky.



Obr. 2 – Dráha světelného paprsku uvnitř gradientní čočky

V případě, že známe délku čočky L , můžeme pomocí gradientní konstanty podle [2] jednoduše určit další známé, optické prvky charakterizující parametry:

$$f' = \frac{1}{n_0 \cdot \sqrt{A} \cdot \sin(\sqrt{A} \cdot L)} \quad (2.6)$$

$$s_F = \frac{1}{n_0 \cdot \sqrt{A} \cdot \tan(\sqrt{A} \cdot L)} \quad (2.7)$$

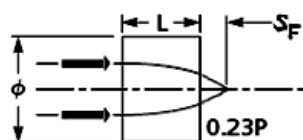
$$s_H = \frac{1}{n_0 \cdot \sqrt{A}} \cdot \tan\left(\frac{L \cdot \sqrt{A}}{2}\right) \quad (2.8)$$

$$s' = \frac{1}{n_0 \cdot \sqrt{A}} \cdot \frac{n_0 \cdot \sqrt{A} \cdot s \cdot \cos(L \cdot \sqrt{A}) + \sin(L \cdot \sqrt{A})}{n_0 \cdot \sqrt{A} \cdot s \cdot \sin(L \cdot \sqrt{A}) - \cos(L \cdot \sqrt{A})} \quad (2.9)$$

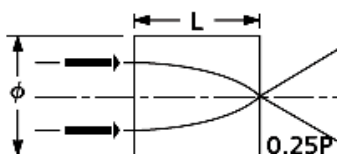
$$\beta = \frac{-1}{n_0 \cdot \sqrt{A} \cdot \sin(L \cdot \sqrt{A}) \cdot \left[s - \frac{\tan(L \cdot \sqrt{A})}{n_0 \cdot \sqrt{A}} \right]} \quad (2.10)$$

kde f' je ohnisková vzdálenost gradientního prvku, n_0 index lomu na optické ose, \sqrt{A} gradientní konstanta, s_F a s_H poloha předmiotového ohniska a poloha předmiotové hlavní roviny, s a s' předmiotová a obrazová sečná vzdálenost, β příčné zvětšení.

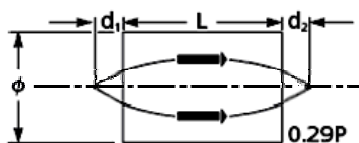
Výhoda gradientní optiky spočívá především v sinusové trajektorii paprsku uvnitř materiálu, díky níž můžeme volbou vhodného poměru délky čočky ku periodě sinusoidy dosáhnout požadovaného chování optického prvku. Na následujících příkladech jsou uvedeny nejpoužívanější případy.



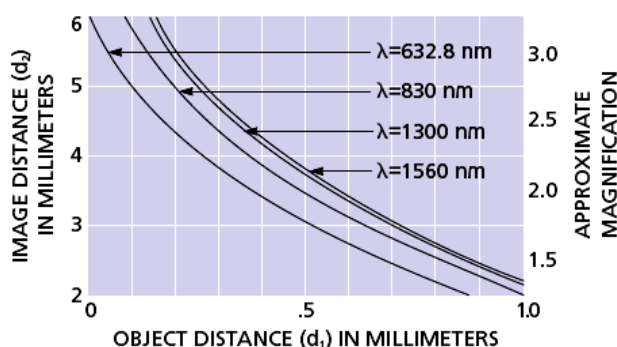
Obr. 3 – LGT GRIN lens: $L = 0,23 \cdot P$. Rovnoběžný svazek paprsků je čočkou fokusován do ohniska. Obraz vzniká vně čočky.



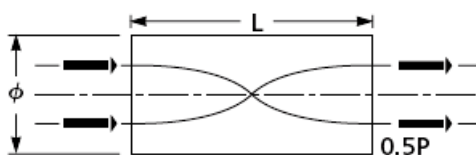
Obr. 4 - LGS GRIN lens: $L = 0,25 \cdot P$. Obraz předmětů v nekonečnu vzniká převrácený a na odlehlém konci čočky.



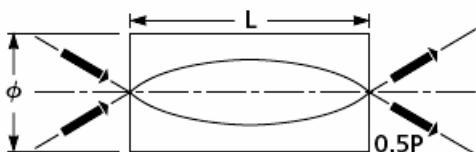
Obr. 5 - LGE GRIN lens: $L = 0,29 \cdot P$. Daný předmětový bod ve vzdálenosti d_1 je pro různé vlnové délky zobrazen do bodu d_2 , viz. Obr. 6



Obr. 6 – Závislost obrazové sečné vzdálenosti na vzdálenosti sečné předmětové při zobrazení světlem dané vlnové délky radiální gradientní čočkou o délce $L = 0,29 \cdot P$



Obr. 7 - LGD GRIN lens: $L = 0,5 \cdot P$. Rovnoběžný svazek světla je transformován opět ve svazek rovnoběžný, avšak převrácený.



Obr. 8 - LGD GRIN lens: $L = 0,5 \cdot P$. Předmět na přilehlém konci čočky je zobrazen na odlehlém konci jako převrácený.

3. Gradientní optika axiální (AGRIN)

V případě, že hodnota indexu lomu je konstantní vzhledem k souřadnicím x, y a je funkcí souřadnice z , nazýváme optické prvky axiálně gradientními. Úkolem těchto čoček ve většině případů není modifikace zobrazení jako takového, ale slouží především jako korekční členy pro potlačení aberací. Jak ukázal P. J. Sands v [4], hodnota korekce monochromatických vad,

jíž je dosaženo pomocí axiální gradientní optiky, je stejná, jako při použití asférické optiky. Podle [1] můžeme obecně říct, že libovolný asférický člen je možné nahradit členem sférickým s axiálně proměnným indexem lomu při zachování stejného stupně korekce až do třetího řádu aproximace. Při použití gradientní optiky namísto asférického členu musíme však počítat s jedním důležitým rozdílem, a to rozdílnou proměnností profilu indexu lomu s vlnovou délkou. Dále platí, že asférickými prvky není možné korigovat barevnou vadu v paraxiálním prostoru. Tato skutečnost však neplatí v případě použití axiální gradientní optiky. Díky proměnlivosti profilu indexu lomu s vlnovou délkou je možné podstatným způsobem korigovat změnu sférické aberace a v případě, že hodnota indexu lomu ve směru od předního k zadnímu povrchu čočky roste, můžeme ovlivnit také barevnou vadu v paraxiálním prostoru. V závislosti na disperzi materiálu gradientního prvku, může být sférická aberace měněna nezávisle na korekci vady monochromatické.

Nejjednodušším příkladem axiálního gradientu indexu lomu je průběh lineární, který můžeme vyjádřit vztahem

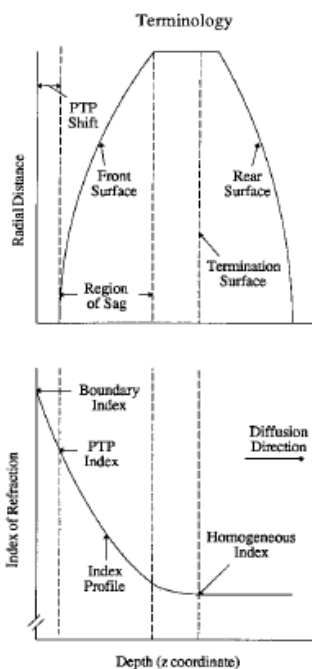
$$N(z) = N_{00} + N_{01} \cdot z \quad (3.1)$$

Koeficient N_{01} je další stupeň volnosti, který můžeme použít pro korekci monochromatických vad třetího řádu, kromě zklenutí pole. Zde jsou dvě možnosti, jak dosáhnout požadovaných parametrů. V případě, že index lomu není proměnný v celé délce čočky (viz. Obr. 9), můžeme podle [3] velikost změny indexu lomu, potřebnou pro úplnou korekci sférické aberace třetího řádu a komy, vyjádřit vzhledem k clonovému číslu c vztahem

$$\Delta n = \frac{\left[\frac{0,0375}{(N_{00} - 1)^2} \right]}{c^2} \quad (3.2)$$

kde N_{00} je základní index lomu, Δn rozdíl mezi maximální a minimální hodnotou indexu lomu a c clonové číslo.

Z výše popsaných příkladů vyplývá, že výhody tohoto druhu optiky spočívají především v možnosti nahrazení složitých optických soustav menším počtem členů gradientní optiky. Prvky gradientní optiky je možné vyrobit na míru dle požadovaného průběhu hodnoty indexu lomu uvnitř materiálu a dosáhnout tak parametrů specifických pro danou konkrétní aplikaci.



Obr. 9 – Příklad průběhu hodnoty indexu lomu uvnitř axiálně gradientní čočky

4. Závěr

V práci byla popsána základní podstata gradientní optiky s uvedením některých možných příkladů její aplikace. V současné době jsou gradientní optické prvky dále používány jako převraccí optické členy nebo také v optických modelech lidského oka, či kopírovacích strojích a jejich aplikační oblast se stále rozšiřuje

Použité zdroje

- [1] BASS, Michael, et al. *Handbook Of Optics, Volume II : Devices, Measurements, and Properties*. BassMichael. [s.l.]: McGraw-Hill, Inc, 1995.1496 s. ISBN 0-07-047974-7.
- [2] GRINTECH GmbH \ "Gradient Index Optics Technology\ " [online]. 2007 , 20. září 2007 [cit. 2007-11-20]. Dostupný z WWW: <http://www.grintech.de/e_main_grin.htm>.
- [3] KINDRED, D. S. *Development of New Gradient Index Glasses for Optical Imaging Systems [s.l.]*, 1990. Univ. of Rochester. Dizertační práce. pp. 207-210
- [4] SANDS, P. J. *Third-Order Aberrations of Inhomogenous Lenses. : J. Opt. Soc. Am.*, 1970. pp. 1436-1443
- [5] *Chapter 15 : Gradient Index Lenses [online]*. 1999 [cit. 2007-12-03]. Dostupný z WWW: <<http://www.mellesgriot.com/pdf/0015.16-15.20.pdf>>. <<http://www.physikinstrumente.com/en/products/prdetail.php?sortnr=200900>>.
- [6] MIKŠ, A., *Aplikovaná optika 10* (Vydavatelství ČVUT, Praha, 2000).